

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ 28.02.2015 –

CLASA A V-A

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 2 ore.

1. Deschizând manualul de matematică la întâmplare, constatați că suma numerelor ce indică cele două pagini este 293. Aflați numerele scrise pe cele două pagini.

(problema 10/41, manual Matematică pentru clasa a 5-a, Editura Radical)

2. Fie mulțimile: $A = \{p^2 | p \in \mathbb{N}\}$, $B = \{5n + 2 | n \in \mathbb{N}\}$, $C = \{7m + 3 | m \in \mathbb{N}\}$,
 $D = \{9^k | k \in \mathbb{N}^*, k \leq 2012\}$. Arătați că:

- a) $A \cap B = \emptyset$
- b) $2012 \in B \cap C$
- c) $D \subset A$
- d) 9^{2011} se poate scrie ca sumă de două cuburi perfecte, iar 9^{2012} ca sumă de trei pătrate perfecte.

(Dorina Bocu, Olimpiadele și concursurile de matematică V-VIII 2014, Editura Bîrchi)

3. Numim număr „*preferat*” orice număr natural de trei cifre nenule diferite, care are proprietatea că produsul cifrelor sale este pătrat perfect.

- a) Scrieți două numere „*preferate*” care au ultima cifră 2.
- b) Câte numere „*preferate*” există?
- c) Stabiliți dacă suma tuturor numerelor „*preferate*” este pătrat perfect.

(Gheorghe Radu, Olimpiadele și concursurile de matematică V-VIII 2014, Editura Bîrchi)

4. Să se arate că orice număr de forma $M = \overline{xy3}^1 + \overline{xy3}^2 + \overline{xy3}^3 + \dots + \overline{xy3}^{100}$ se divide cu 10.

(Ionuț Mazalu, Brăila problema S:E14.206 GM 9/2014)

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ 28.02.2015 –****CLASA A VI-A**

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 2 ore.**

1. Un tren parcurge o distanță în 8 ore astfel: $2\frac{1}{2}$ ore merge cu viteza de 80 km/oră, $3\frac{1}{3}$ ore cu 75 km/oră, iar restul timpului cu 90 km/oră. Aflați distanța parcursă.
2. În $\triangle ABC$ fie $M \in (AB)$ și $N \in (AC)$ cu $[BM] \equiv [CN]$ și $[BN] \equiv [CM]$. Fie $\{O\} = BN \cap CM$. Atunci:
- $\triangle MON$ este isoscel;
 - $[AO]$ este bisectoarea $\sphericalangle BAC$.

(Olimpiadele și concursurile de matematică V-VIII 2014, Editura Bîrchi)

3. a) Raportul dintre măsura complementului unui unghi și măsura suplementului său este $\frac{1}{4}$. Aflați măsura unghiului.
- b) Fie $\sphericalangle AOB$ ascuțit și $\sphericalangle BOC$ și $\sphericalangle BOD$ astfel încât $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ sunt unghiuri adiacente complementare, iar $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOD$ sunt unghiuri adiacente suplementare, $[OP]$ semidreapta opusă lui $[OB]$, $[OM]$ bisectoarea $\sphericalangle BOC$, $[ON]$ bisectoarea $\sphericalangle AOP$. Arătați că $m(\sphericalangle MON) = 135^\circ$.

(Ionela Pop, Olimpiadele și concursurile de matematică V-VIII 2014, Editura Bîrchi)

4. Arătați că: a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 1$

b) $3^{33} + 4^{33} + 5^{33} < 6^{33}$.

(Damian Marinescu, Târgoviște, problema E:14594, GM 1/2014)

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ 28.02.2015 –

CLASA A VII-A

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

1. Un profesor a corectat 25 de lucrări și a obținut o medie a notelor de 6,56. Apoi le-a recorectat și zece note au fost mărite cu câte un punct. Care este media notelor după recorectare?

(Manual Matematică pentru clasa a VII-a, Editura Radical)

2. Fie ABCD un paralelogram și E, F mijloacele segmentelor [BC], și respectiv [CD]. Dacă $AE \cap BF = \{G\}$, și $H \in (AG)$, cu $[AH] \equiv [HG]$, aflați $\frac{HG}{HE}$.

(Sorin Furtună, Stelică Pană, Olimpiadele și concursurile de matematică V-VIII 2014,

Editura Bîrchi)

3. Pe diagonala [AC] a pătratului ABCD se ia un punct E astfel încât $\frac{EA}{EC} = \frac{1}{2}$. Dacă $AE = \frac{10\sqrt{2}}{3} \text{ cm}$,

determinați aria și perimetrul pătratului ABCD, precum și aria triunghiului ABE.

(Gheorghe Achim, Olimpiadele și concursurile de matematică V-VIII 2014, Editura Bîrchi)

4. Determinați $\overline{ab} \in N$ cu $\sqrt{a + \sqrt{ab}} = a$

(Gheorghe Iacob, Pașcani problema E:14597 GM1/2014)

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ 28.02.2015 –**

CLASA A VIII-A

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.**

1. Aflați toate numerele prime care sunt cu 4 mai mici decât un pătrat perfect.
(Manual Matematică pentru clasa a VIII-a, Dana Radu și Eugen Radu, Editura Teora)

2. Fie $a, b, c \in (0; \infty)$ cu $a \cdot b \cdot c = 1$.
 - a) Verificați egalitatea: $\frac{1}{1+a^2c} + \frac{1}{1+b^2c} = 1$;
 - b) Demonstrați că: $\frac{1}{1+a^2b} + \frac{1}{1+b^2c} + \frac{1}{1+c^2a} < 2$;
 (Vasile Berghea, Olimpiadele și concursurile de matematică V-VIII 2014, Editura Bîrchi)

3. În prisma triunghiulară regulată ABCDEF, $DA \perp (ABC)$, $DA=AB=6\text{cm}$, G e centrul de greutate pentru triunghiul DEF, O e centrul feței BCEF, iar P mijlocul lui [EF]
 - a) Arătați că $AF \parallel (DBP)$.
 - b) Determinați $m(\angle (OG; FC))$;
 - c) Determinați $d(BC; (AFE))$
 (Dorina Bocu, Olimpiadele și concursurile de matematică V-VIII 2014, Editura Bîrchi)

4. Fie piramida regulată VABCD, $\{O\} = AC \cap BD$, și $P, Q \in (VO)$. Dacă $\{E\} = AP \cap CV$, $\{F\} = CP \cap AV$, $\{S\} = BQ \cap DV$ și $\{T\} = DQ \cap BV$, arătați că măsura unghiului dintre dreptele EF și ST nu depinde de alegerea punctelor P și Q pe segmentul (VO).
(Daniel Blănar, elev, Giugiu, problema E:14748 GM 11/2014)